

Tema 2: ejercicios resueltos

Noelia Barreira Rodríguez

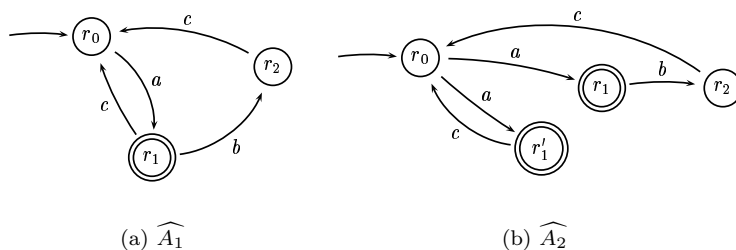
9 de marzo de 2004

Ejercicio 2.5

- En la sección 2.2 se mencionó la ecuación $S(TS)^* = (ST)^*S$. ¿Qué expresión alternativa se puede derivar de \widehat{A}_0 utilizando esta ecuación?

$$\widehat{A}_0 = a((bc + c)a)^* = (a(bc + c))^*a$$

- Utilizando la regla de Arden para resolver las ecuaciones, encuentra los lenguajes \widehat{A}_1 y \widehat{A}_2 y, utilizando las ecuaciones algebraicas mencionadas en la sección 2.2, demuestra que dichos lenguajes son idénticos a \widehat{A}_0 .



- a) Sistema de ecuaciones para \widehat{A}_1 :

$$\begin{aligned} X_0 &= aX_1 \\ X_1 &= cX_0 + bX_2 + \epsilon \\ X_2 &= cX_0 \end{aligned}$$

- b) Sustituyendo:

$$X_0 = a(cX_0 + bX_2 + \epsilon) = acX_0 + abX_2 + a = acX_0 + abcX_0 + a = a(c + bc)X_0 + a$$

- c) Utilizando la regla de Arden:

$$\widehat{A}_1 = X_0 = (a(c + bc))^*a$$

- d) Sistema de ecuaciones para \widehat{A}_2 :

$$\begin{aligned}
X_0 &= aX_1 + aX'_1 \\
X_1 &= bX_2 + \epsilon \\
X'_1 &= cX_0 + \epsilon \\
X_2 &= cX_0
\end{aligned}$$

e) Sustituyendo:

$$\begin{aligned}
X_1 &= bcX_0 + \epsilon \\
X_0 &= a(bcX_0 + \epsilon) + a(cX_0 + \epsilon) = abcX_0 + a + acX_0 + a = \\
&= abcX_0 + acX_0 + a = a(bc + c)X_0 + a
\end{aligned}$$

f) Utilizando la regla de Arden:

$$\widehat{A}_2 = X_0 = (a(bc + c))^*a$$

g) Si aplicamos la propiedad conmutativa tenemos que:

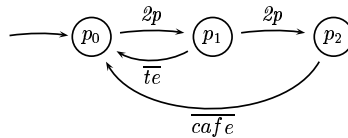
$$\widehat{A}_1 = (a(c + bc))^*a = (a(bc + c))^*a = \widehat{A}_2$$

h) Además, como podemos observar en el primer apartado:

$$\widehat{A}_0 = \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$$

Ejercicio 2.9

Resolviendo las ecuaciones, demuestra que el conjunto de cadenas que acepta B_1 es $(2p \cdot (\overline{te} + 2p \cdot \overline{cafe}))^*$



1. Sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
X_0 &= 2pX_1 + \epsilon \\
X_1 &= 2pX_2 + \overline{te}X_0 \\
X_2 &= \overline{cafe}X_0
\end{aligned}$$

2. Sustituyendo:

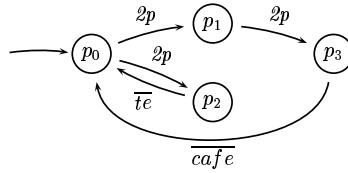
$$\begin{aligned}
X_1 &= 2p \cdot \overline{cafe}X_0 + \overline{te}X_0 = (2p \cdot \overline{cafe} + \overline{te})X_0 \\
X_0 &= 2p(2p \cdot \overline{cafe} + \overline{te})X_0 + \epsilon
\end{aligned}$$

3. Aplicando la regla de Arden:

$$\widehat{B}_1 = X_0 = (2p(2p \cdot \overline{cafe} + \overline{te}))^*$$

Ejercicio 2.10

Considerando una variante de la máquina B_1 como la siguiente, verificar que $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$



1. Sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 X_0 &= 2pX_1 + 2pX_2 + \epsilon \\
 X_1 &= 2pX_3 \\
 X_2 &= \overline{te}X_0 \\
 X_3 &= \overline{cafe}X_0
 \end{aligned}$$

2. Sustituyendo:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= 2p \cdot \overline{cafe}X_0 \\
 X_0 &= 2p \cdot 2p \cdot \overline{cafe}X_0 + 2p \cdot \overline{te}X_0 + \epsilon = 2p(2p \cdot \overline{cafe} + \overline{te})x_0 + \epsilon
 \end{aligned}$$

3. Aplicando la regla de Arden:

$$\widehat{B}_2 = X_0 = (2p(2p \cdot \overline{cafe} + \overline{te}))^* = \widehat{B}_1$$