Departamento de Computación
Universidade da Coruña

Bisimulación y procesos concurrentes

Temas 12: Obligaciones y bisimulación fuerte

Tema 13: Equivalencia y ejemplos

Carmen Alonso Montes
carmen@dc.fi.udc.es

Noelia Barreira Rodríguez
noelia@dc.fi.udc.es

3 de junio de 2004

Abstracciones y concreciones

Abstracción de aridad $n \geq 0$: $(\overrightarrow{x}).P$ donde $|\overrightarrow{x}| = n$

- Se representan con las letras F, G ...
- $(\overrightarrow{x}).P \equiv (\overrightarrow{y}).Q$ si, en relación a la alfa-conversión, $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{y}$ y $P \equiv Q$

Concreción de aridad $n \geq 0$: $new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P$ donde $|\overrightarrow{y}| = n$ y $\overrightarrow{x} \subseteq \overrightarrow{y}$

- Se representan con las letras C, D ...
- $new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P \equiv new\ \overrightarrow{u}\langle\overrightarrow{v}\rangle.Q$ si, en relación a la alfa-conversión, $new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle = new\ \overrightarrow{u}\langle\overrightarrow{v}\rangle$ y $P \equiv Q$

Agente Es una abstracción o concreción

- A^{π} es el conjunto de agentes
- Se representan con las letras A, B

Aplicación y reacción

- La aplicación **F@C** de una abstracción y una concreción de igual aridad se define como (suponiendo $\overrightarrow{z}$ ligado en $(\overrightarrow{x}).P$)

$$(\overrightarrow{x}).P@new\ \overrightarrow{z}\langle\overrightarrow{y}\rangle.Q \stackrel{def}{=} new\ \overrightarrow{z}(\{\overrightarrow{y}/\overrightarrow{x}\}P|Q)$$

- REACT: $(xF+M)|(\overline{x}C+N) \longrightarrow F@C$

- Nuevas definiciones:

A	**new zA**	**A|Q**
$A=(\overrightarrow{x})P$	$new\ z((\overrightarrow{x}).P) \stackrel{def}{=} (\overrightarrow{x}).new\ zP$	$((\overrightarrow{x}).P)\|Q \stackrel{def}{=} (\overrightarrow{x}).(P\|Q)$
A = $new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P$	$new\ z(new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P) \stackrel{def}{=} \begin{cases} new\ z\overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P & si\ z\in\overrightarrow{y} \\ new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.new\ z\ P & en\ otro\ caso \end{cases}$	$(new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P)\|Q \stackrel{def}{=} new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.(P\|Q)$

Obligaciones (*Commitment*)

- Reglas:

$$SUM_C : M + \alpha A + N \overrightarrow{\alpha} A$$

$$L-REACT_C : \frac{P \xrightarrow{x} F \quad Q \xrightarrow{\overline{x}} C}{P|Q \xrightarrow{\tau} F@C} \qquad R-REACT_C : \frac{P \xrightarrow{\overline{x}} C \quad Q \xrightarrow{x} F}{P|Q \xrightarrow{\tau} F@C}$$

$$L-PAR_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{P|Q \xrightarrow{\alpha} A|Q} \qquad R-PAR_C : \frac{Q \xrightarrow{\alpha} A}{P|Q \xrightarrow{\alpha} A|P}$$

$$RES_C : \frac{P \xrightarrow{\alpha} A}{new\ x\ P \xrightarrow{\alpha} new\ x\ A} \text{ si } \alpha \notin \{x, \overline{x}\} \qquad REP_C : \frac{P|!P \xrightarrow{\alpha} A}{P \xrightarrow{\alpha} A}$$

Simulación fuerte

- Relaciones entre agentes:

$$F\mathcal{S}G : \text{para todo } \overrightarrow{y},\ F\langle\overrightarrow{y}\rangle\mathcal{S}G\langle\overrightarrow{y}\rangle\ (F, G\ :\ n \text{ y } |\overrightarrow{y}| = n)$$

$$C\mathcal{S}D : C \equiv new\ \overrightarrow{z}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P \text{ y } D \equiv new\ \overrightarrow{z}\langle\overrightarrow{y}\rangle.Q \text{ tal que } P\mathcal{S}Q$$

- Una relación binaria $\mathcal{S}$ sobre $\mathcal{P}^{\pi}$ es una **simulación fuerte**, si para cualquier $P\mathcal{S}Q$,

$$\text{si } P \xrightarrow{\alpha} A \text{ entonces existe } B \text{ tal que } Q \xrightarrow{\alpha} B \text{ y } A\mathcal{S}B$$

- Si $\mathcal{S}$ y $\mathcal{S}^{-1}$ son simulaciones fuertes, $\mathcal{S}$ es una **bisimulación**
- Dos agentes A y B son **fuertemente equivalentes**, $A \sim B$, si el par (A, B) se encuentra en alguna bisimulación fuerte

Congruencia de agentes

- Una relación de equivalencia $\cong$ sobre $\mathcal{A}^\pi$ es una **congruencia de agentes** si se preserva en los contextos de la siguiente forma:

1. Si $A \cong B$ entonces $\alpha A + M \cong \alpha B + M$ (M es cualquier sumatorio)
2. Si $P \cong Q$ entonces $new\ a\ P \cong new\ a\ Q$, $P|R \cong Q|R$, $!P \cong !Q$ y para las concreciones $new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P \cong new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.Q$
3. Para las abstracciones, si $\{\overrightarrow{y}/\overrightarrow{x}\}P \cong \{\overrightarrow{y}/\overrightarrow{x}\}Q$, para todos los $\overrightarrow{y}$, entonces $(\overrightarrow{x})P \cong (\overrightarrow{x})Q$

- La equivalencia fuerte $\sim$ en el π-cálculo es una congruencia de agentes

Replicación

- Propiedades: $!P \sim !P|!P$ $!!P \sim !P$ $!P \not\equiv !P|!P$ $!!P \not\equiv !P$
- Recursos replicados:
  - $new\ x(P|!xF)$: $!xF$ es un recurso privado de P
  - $new\ x(P_1|P_2|!xF) \sim new\ x(P_1|!xF) \mid new\ x(P_2|!xF)$
    - P_1 y P_2 tienen el mismo recurso privado
    - Si $P_1 = x$ y $P_2 = \overline{x}$ se pierde el canal de comunicación
  - Nuevas definiciones para solucionar este problema:
    - Un agente A es **negativo en x** si las ocurrencias libres de x son únicamente de la forma $\overline{x}C$
    - Si P_1, P_2 y F son negativos en x, entonces $new\ x(P_1|P_2|!xF) \sim new\ x(P_1|!xF) \mid new\ x(P_2|!xF)$
    - Además, si P y F son negativos en x: $new\ x(!P|!xF) \sim !new\ x(P|!xF)$

Experimentos

- La relación de transición $\xrightarrow{x\langle\overrightarrow{y}\rangle}$ sobre $\mathcal{P}^\pi$ se define como

$$P \xrightarrow{x\langle\overrightarrow{y}\rangle} P' \text{ si, para algún } F,\ P \xrightarrow{x} F \text{ y } F\langle\overrightarrow{y}\rangle \equiv P'$$

- Un **experimento atómico de entrada** es una instancia de la relación $\stackrel{x\langle\overrightarrow{y}\rangle}{\Longrightarrow}$, definida como

$$P \stackrel{x\langle\overrightarrow{y}\rangle}{\Longrightarrow} P', \text{ si y sólo si } P \Rightarrow \xrightarrow{x\langle\overrightarrow{y}\rangle} \Rightarrow P'$$

- Un **experimento atómico de salida** es una instancia de la relación $\stackrel{\overline{x}}{\Longrightarrow}$, definida como

$$P \stackrel{\overline{x}}{\Longrightarrow} new\ \overrightarrow{z}\langle\overrightarrow{y}\rangle P', \text{ si para algún } P'',\ P \Rightarrow \xrightarrow{\overline{x}} new\ \overrightarrow{z}\langle\overrightarrow{y}\rangle P'' \text{ y } P'' \Rightarrow P'$$

Simulación débil

- Una relación binaria $\mathcal{S}$ sobre $\mathcal{P}^{\pi}$ es una **simulación débil** si, si para cualquier $P\mathcal{S}Q$,
  - si $P \Rightarrow P'$ entonces existe Q tal que $Q \Rightarrow Q'$ y $P'\mathcal{S}Q'$
  - si $P \stackrel{x\langle\vec{y}\rangle}{\Rightarrow} P'$ entonces existe Q tal que $Q \stackrel{x\langle\vec{y}\rangle}{\Rightarrow} Q'$ y $P'\mathcal{S}Q'$
  - si $P \stackrel{\overline{x}}{\Rightarrow} C$ entonces existe D tal que $Q \stackrel{\overline{x}}{\Rightarrow} D$ y $C\mathcal{S}D$
- Si $\mathcal{S}$ y $\mathcal{S}^{-1}$ son simulaciones débiles, entonces $\mathcal{S}$ es una **bisimulación débil**
- Dos agentes A y B son **débilmente equivalentes** o **equivalentes por observación**, $A \approx B$, si el par (A, B) está en alguna bisimulación débil

Congruencia de observaciones

- La equivalencia de observaciones es una **congruencia de agentes**, es decir,

1. Si $A \approx B$ entonces $\alpha A + M \approx \alpha B + M$ (M es cualquier sumatorio)
2. Si $P \approx Q$ entonces $new\ a\ P \approx new\ a\ Q$, $P|R \approx Q|R$, $!P \approx !Q$ y para las concreciones $new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.P \approx new\ \overrightarrow{x}\langle\overrightarrow{y}\rangle.Q$
3. Para las abstracciones, si $\{\overrightarrow{y}/\overrightarrow{x}\}P \approx \{\overrightarrow{y}/\overrightarrow{x}\}Q$, para todos los $\overrightarrow{y}$, entonces $(\overrightarrow{x})P \approx (\overrightarrow{x})Q$

Solución única de ecuaciones

- Sea $\overrightarrow{X} = X_1 + X_2 + \ldots$ una secuencia (posiblemente infinita) de variables sobre abstracciones. En las siguientes ecuaciones

$$X_1(\overrightarrow{x_1}) \approx \alpha_{11}A_11 + \ldots + \alpha_{1n_1}A_{1n_1}$$

$$X_2(\overrightarrow{x_1}) \approx \alpha_{21}A_21 + \ldots + \alpha_{2n_2}A_{2n_2}$$

$$\ldots$$

- Se asume que cada término αA toma una de las siguientes formas:
  - xH, donde H es una abstracción de la forma $(\overrightarrow{v})X_k\langle\overrightarrow{w}\rangle$
  - $\overline{x}C$, donde C es una concreción de la forma $new\ \overrightarrow{u}\langle\overrightarrow{v}\rangle X_k\langle\overrightarrow{w}\rangle$

- Sean las abstracciones $\overrightarrow{F}$ y $\overrightarrow{G}$ dos soluciones del sistema de ecuaciones. Entonces

$$F_i \approx G_i, \text{ para todo } i$$